Exercice 1

On pose $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n}{u_n + 2} \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a) En utilisant Excel, calculer les 30 premières valeur de la suite (u_n). Reprenter ces valeurs sur un graphique.
Quelles conjectures peut-on faire sur le comportement de cette suite ?

Appelez le professeur pour valider ces données.

b) Montrer par récurrence que $u_n \in]0;4[$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

c) Montrer la conjecture faite au a) sur le sens de variation de la suite (u_n).

c) La suite (u_n) est-elle convergente? Justifier.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \int_0^x (e^t + 3e^{-t})dt$.

1. Justifier la définition de f.
2. Etudier f (variations et limites).
3. Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 4$.

Exercice 3

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on pose : $I_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$

Sans calculer I_n :

1) Etudier le sens de variation de la suite (I_n)
2) Déterminer, à l'aide d'un encadrement , la limite de la suite (I_n)

Exercice 4

1. On pose $I_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$.

1. Calculer I_0.

2. A l'aide d'une intégration par partie, trouver une relation entre I_n et I_{n+1}.

Exercice 5

Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 3 cm.

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \ln x + \dfrac{1}{x} - 1$.

1. Soit $\alpha \in]0\,;1]$. Calculer à l'aide d'une intégration par parties, $\int_\alpha^1 (\ln x)dx$.

En déduire $\int_\alpha^1 f(x)dx$.

2. Calculer en cm², l'aire de l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient :

$\dfrac{1}{e} \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq f(x)$.