5) Une épidémie

Une étude épidémiologique concernant une certaine maladie a été faite dans des familles ayant deux enfants de moins de dix ans : une fille et un garçon. On a constaté que 20 % des filles et 50 % des garçons sont touchés par la maladie. Par ailleurs, dans les familles dont la fille est touchée par la maladie, le garçon l'est aussi dans 70 % des cas. On choisit au hasard une famille ayant fait l'objet de cette étude.

Calculez la probabilité des événements suivants :

A : « Les deux enfants sont atteints par la maladie » ;

B : « Au moins un des deux enfants est atteint » ;

C : « Aucun des deux enfants n'est atteint » ;

D : « Sachant que le garçon est atteint, la fille l'est aussi » ;

E : « Sachant que le garçon n'est pas atteint, la fille l'est. »

Pour la rédaction, on notera :

F l'événement : « La fille de la famille est atteinte par la maladie » ;

G l'événement : « Le garçon de la famille est atteint par la maladie. »

INDICATION : On pourra commencer par représenter la situation à l'aide d'un arbre probabiliste.

6) Un exercice de BAC

Une urne A contient 2 boules rouges et 3 boules noires, une urne B contient 3 boules rouges et 2 boules noires.

On tire au hasard une boule de l'urne A :

Si elle est noire, on la place dans l'urne B,

Sinon on l'écarte du jeu.

On tire ensuite au hasard une boule de l'urne B.

On considère les événements suivants :

R1 : « la boule tirée de A est rouge »

N1 : « la boule tirée de A est noire »

R2 : « la boule tirée de B est rouge »

N2 : « la boule tirée de B est noire »

1. a) Calculer les probabilités des événements R1 et N1.

b) Calculer les probabilités des événements « R2 sachant R1 » et « R2 sachant N1 ».

En déduire que la probabilité de R2 est $\frac{27}{50}$.

c) Calculer la probabilité de N2.

2. On répète n fois l'épreuve précédente (tirage d'une boule de A, suivi du tirage d'une boule de B dans les mêmes conditions initiales indiquées ci-dessus), en supposant les différentes épreuves indépendantes.

Quel nombre minimum d'essais doit-on effectuer pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois une boule rouge de l'urne B soit supérieur à 0,99 ?

7) Un autre exercice de BAC

Un artisan est contacté à domicile par ses clients sur appel téléphonique et dispose d'un répondeur.

Quand l'artisan est absent, il branche systématiquement son répondeur.

Quand il est présent, il le branche une fois sur trois.

Quand un client téléphone, il a quatre chances sur cinq d'obtenir le répondeur et une chance sur cinq d'obtenir l'artisan.

On note P(E) la probabilité d'un événement E et $P_F(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant F.

Un client téléphone à l'artisan.

On note: R l'événement "le client obtient le répondeur";

A l'événement "l'artisan est présent"

$\overline{A}$ l'événement contraire de A.

1. Déterminer la probabilité P(R), ainsi que les probabilités conditionnelles $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.

2. a) Exprimer P(R) en fonction de $P_A(R)$, $P_{\overline{A}}(R)$ et P(A).

b) En déduire l'égalité $\frac{4}{5} = -\frac{2}{3}P(A) + 1$ et calculer la probabilité que l'artisan soit présent.

3. Un client téléphone; il obtient le répondeur. Déterminer le probabilité que l'artisan soit présent.